

## MATEMÁTICAS II

O exame consta de 8 preguntas de 2 puntos, das que pode responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como queira. Se responde máis preguntas das permitidas, só se corruxirán as 5 primeiras respondidas.

### 1. Números e Álgebra:

Para a ecuación matricial  $A^2X + AB = B$ , pídese:

a) Despexar  $X$  supoñendo que  $A$  (e por tanto  $A^2$ ) é invertible, e dicir cales serían as dimensións de  $X$  e de  $B$  se  $A$  tivese dimensión  $4 \times 4$  e  $B$  tivese 3 columnas.

b) Resolvela no caso en que  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  e  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ .

### 2. Números e Álgebra:

Discuta, segundo os valores do parámetro  $m$ , o seguinte sistema: 
$$\begin{cases} (m+3)x - m^2y = 3m, \\ (m+3)x + my = 3m+6. \end{cases}$$

### 3. Análise:

Determine os valores de  $a$  e  $b$  que fan que a función  $f(x) = \begin{cases} \frac{a-\cos x}{x} & \text{se } x < 0, \\ bx & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$  sexa, primeiro continua, e logo derivable.

### 4. Análise:

a) Calcule a área da rexión encerrada polo eixe  $X$  e a gráfica de  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x + 1 & \text{se } x < 0, \\ (x-1)^2 & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$

b) Calcule  $\int x\sqrt{x^2-1} dx$ .

### 5. Xeometría:

Sexan  $r$  a recta de vector director  $\vec{d}_r(1,0,3)$  que pasa por  $P(1,0,0)$  e  $\pi: -2x + y + z = 0$ . Pídese a posición relativa de  $r$  e  $\pi$ . En caso de que se corten, achar o punto de corte.

### 6. Xeometría:

a) Calcule  $k$  sabendo que os vectores  $\vec{u}(2,0,0)$ ,  $\vec{v}(0,k,1)$  e  $\vec{w}(2,2,2)$  son coplanarios.

b) Obteña a ecuación implícita do plano  $\pi$  que pasa por  $P(1,0,0)$  e contén a  $r: x-1 = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{3}$ .

### 7. Estatística e Probabilidade:

O 57% dos estudantes matriculados na Universidade de Cambridge son naturais do Reino Unido e, de entre todos eses, o 83% aproban con honores. Ademais, a porcentaxe global de aprobados con honores é do 80%. Calcular a probabilidade de que un estudante elixido ao azar non nacesse no Reino Unido sabendo que aprobou con honores.

### 8. Estatística e Probabilidade:

a) Nunha determinada poboación de árbores, o 20% teñen máis de 30 anos. Se se elixen 40 árbores ao azar, calcule a probabilidade de que soamente 4 deles teñan máis de 30 anos. O número total de árbores é tan grande que se pode asumir elección con substitución.

b) Se  $X$  segue unha distribución normal de media 15 e  $P(X \leq 18) = 0.6915$ , cal é a desviación típica?

## MATEMÁTICAS II

El examen consta de 8 preguntas de 2 puntos, de las que puede responder un **MÁXIMO DE 5**, combinadas como quiera. Si responde a más preguntas de las permitidas, **solo se corregirán las 5 primeras respondidas.**

### 1. Números y Álgebra:

Para la ecuación matricial  $A^2X + AB = B$ , se pide:

a) Despejar  $X$  suponiendo que  $A$  (y por tanto  $A^2$ ) es invertible, y decir cuáles serían las dimensiones de  $X$  y de  $B$  si  $A$  tuviera dimensión  $4 \times 4$  y  $B$  tuviera 3 columnas.

b) Resolverla en el caso en que  $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ .

### 2. Números y Álgebra:

Discuta, según los valores del parámetro  $m$ , el siguiente sistema: 
$$\begin{cases} (m+3)x - m^2y = 3m, \\ (m+3)x + my = 3m+6. \end{cases}$$

### 3. Análisis:

Determine los valores de  $a$  y  $b$  que hacen que la función  $f(x) = \begin{cases} \frac{a-\cos x}{x} & \text{si } x < 0, \\ bx & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$  sea, primero continua, y luego derivable.

### 4. Análisis:

a) Calcule el área de la región encerrada por el eje  $X$  y la gráfica de  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x + 1 & \text{si } x < 0, \\ (x-1)^2 & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$

b) Calcule  $\int x\sqrt{x^2-1} dx$ .

### 5. Geometría:

Sean  $r$  la recta de vector director  $\vec{d}_r(1,0,3)$  que pasa por  $P(1,0,0)$  y  $\pi: -2x + y + z = 0$ . Se pide la posición relativa de  $r$  y  $\pi$ . En caso de que se corten, hallar el punto de corte.

### 6. Geometría:

a) Calcule  $k$  sabiendo que los vectores  $\vec{u}(2,0,0)$ ,  $\vec{v}(0,k,1)$  y  $\vec{w}(2,2,2)$  son coplanarios.

b) Obtenga la ecuación implícita del plano  $\pi$  que pasa por  $P(1,0,0)$  y contiene a  $r: x-1 = \frac{y}{-4} = \frac{z+1}{3}$ .

### 7. Estadística y Probabilidad:

El 57% de los estudiantes matriculados en la Universidad de Cambridge son naturales del Reino Unido y, de entre todos esos, el 83% aprueban con honores. Además, el porcentaje global de aprobados con honores es del 80%. Calcular la probabilidad de que un estudiante elegido al azar no haya nacido en el Reino Unido sabiendo que aprobó con honores.

### 8. Estadística y Probabilidad:

a) En una determinada población de árboles, el 20% tienen más de 30 años. Si se eligen 40 árboles al azar, calcule la probabilidad de que solamente 4 de ellos tengan más de 30 años. El número total de árboles es tan grande que se puede asumir elección con reemplazo.

b) Si  $X$  sigue una distribución normal de media 15 y  $P(X \leq 18) = 0.6915$ , ¿cuál es la desviación típica?